Textaufgaben zu Kreisen

Lies jeweils genau den Text!

Gib Formeln und Rechenschritte an! Vergiss nicht auf Antworten!

1. Die Querschnittsfläche eines Baums ist näherungsweise ein Kreis.
Von einem Baum wird in 1 m Höhe der Umfang gemessen. Dieser beträgt 1,9 dm. Zwei Jahre später wird erneut in 1 m Höhe der Umfang bestimmt. Der Umfang ist nun 2,1 dm lang.

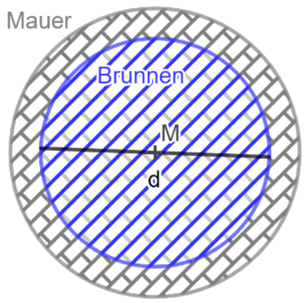
a) Bestimme den Durchmesser d_1 des Baums bei der ersten Messung, sowie d_2 bei der zweiten Messung!

b) Um wie viel Prozent ist der Durchmesser in den zwei Jahren größer geworden?

c) Ermittle für beide Messungen den jeweiligen Querschnittsflächeninhalt A des Baums!

d) Um wie viel Prozent ist die Fläche in den zwei Jahren größer geworden!

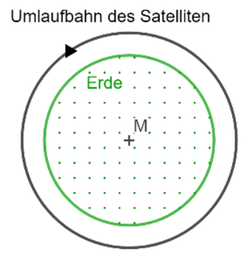
2. Rund um ein kreisrundes Brunnenbecken (Durchmesser d = 3 m) wird eine 50 cm breite Mauer als Sitzmöglichkeit errichtet.



a) Wie groß ist die entstehende Sitzfläche?

b) Ein Kind läuft 10 Mal um den Brunnen mit Mauer.
Welchen Weg hat es dabei mindestens zurückgelegt?
Warum kann die gelaufene Wegstrecke nicht genau berechnet werden?

3. Ein Satellit umkreist die Erde mit einer Geschwindigkeit v = 28000 km/h und braucht für eine Umkreisung 1,6 h.



a) Bestimme die Länge der Umlaufbahn!
(Zur Erinnerung: Der Weg (s), die Zeit (t) und die Geschwindigkeit (v) stehen in folgendem Zusammenhang: $s = v \cdot t$)

b) Berechne die Flughöhe des Satelliten, wenn der Erdradius 6370 km beträgt!

c) Wie groß ist der zugehörige Winkel des Kreisbogens, den der Satellit in 0,2 h überstreicht?

Lösungen:

1.

a) Kreisumfangsformel ($u = d \cdot \pi$) auf d umgeformt nutzen: $\frac{u}{\pi} = d$

$d_1 = \frac{1{,}9}{\pi} \approx 0{,}6$ dm $\qquad d_2 = \frac{2{,}1}{\pi} \approx 0{,}7$ dm

(Am besten werden die genauen Werte am Taschenrechner gespeichert.)

Der Durchmesser des Baums ist bei der ersten Messung etwa 0,6 dm und bei der zweiten Messung etwa 0,7 dm lang.

b) Zunahme des Durchmessers: $d_2 - d_1 \approx 0{,}1$ dm (Genauen Wert am TR speichern.)

Berechnung des Prozentsatzes: $\frac{d_2 - d_1}{d_1} \cdot 100 = \frac{0{,}1}{0{,}6} \cdot 100 \approx 10{,}5\%$

Der Durchmesser des Baums ist in den beiden Jahren um ca. 10,5% größer geworden.

c) Kreisflächeninhaltsformel: $A = r^2\pi = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi$

$A_1 = \left(\frac{0{,}6}{2}\right)^2 \pi \approx 0{,}29$ dm^2 $\quad A_2 = \left(\frac{0{,}7}{2}\right)^2 \pi \approx 0{,}35$ dm^2

Der Inhalt der Querschnittsfläche des Baums beträgt bei der ersten Messung etwa 0,29 dm^2 und bei der zweiten Messung 0,35 dm^2.

d) Zunahme der Fläche: $A_2 - A_1 \approx 0{,}06$ dm^2 (Genauen Wert am TR speichern.)

Berechnung des Prozentsatzes: $\frac{A_2 - A_1}{A_1} \cdot 100 = \frac{0{,}06}{0{,}29} \cdot 100 \approx 22{,}2\%$

2.

a) Die Sitzfläche ist ein Kreisring. Die Fläche des kleinen Kreises (Brunnen mit r_i = 1,5 m) muss von jener des großen Kreises (Radius um 50 cm größer, also r_a = 2 m) subtrahiert werden. $A = 2^2\pi - 1{,}5^2\pi \approx 5{,}50$ m^2

b) Umfang (Brunnens mit Mauer; Radius 2 m): $u = 2 \cdot 2\pi \approx 12{,}6$ m
Da das Kind 10 Runden läuft muss sein Weg zumindest 126 m betragen. Der zurückgelegte Weg ist sicher größer als dieser Wert, da das Kind nicht direkt am Rand der Mauer laufen kann. Der genaue Wert kann nicht errechnet werden, da der Abstand des Kindes zur Mauer nicht bekannt ist und vermutlich beim Laufen nicht gleich bleibt.

3.

a) Länge der Umlaufbahn: $s = 28\,000 \cdot 1{,}6 = 44\,800$ km

b) Die Umlaufbahn ist kreisförmig. Der Radius des Kreises muss ermittelt werden: $r = \frac{u}{2\pi} = \frac{44\,800}{2\pi} \approx 7130\ km$ $\qquad$ Erdradius davon subtrahieren
Die Flughöhe des Satelliten beträgt ca. 760 km.

c) Der Satellit fliegt mit gleichbleibendem Tempo. Da 0,2 h ein Achtel der Gesamtumlaufzeit ist, ist die Bogenlänge ein Achtel der gesamten Umlaufbahn. (Also 5600 km.) Auch der gesuchte Winkel ist ein Achtel des vollen Winkels. Somit gilt $\alpha = 45°$.